

Zusatzaufgaben zum Drehmoment

Aufgabe 1:

Mountainbike: 26 Zoll oder 29 Zoll?

Neuere Mountainbikes haben größere Räder.

a) Bei welchem Fahrrad bringt man mehr Kraft mit dem Hinterrad auf die Erde?

Wir gehen natürlich davon aus, dass alle anderen Bedingungen gleich sind.

Annahmen: Kraft die von der Kette übertragen wird: $F = 259,74 \text{ N}$
Ritzel (Zahnrad hinten): $z_2 = 28$
Raddurchmesser: $d_3 = 26''$ (Zoll) bzw. $29''$

b) Berechne die Kraft vom Hinterrad auf die Erde.

Zusatzinformationen:

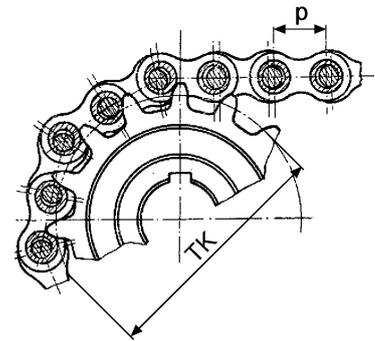
1. Die Fahrradkette greift am sogenannten **Teilkreisdurchmesser** (Abb.1) in die Zahnräder ein.

Der Teilkreisdurchmesser TK berechnet sich aus der **Zähnezahl** z und der **Teilung** p wie folgt:

$$TK = z \cdot p / \pi$$

Die Teilung an Fahrradzahnradern beträgt: $p = 12,7 \text{ mm}$

Abb.1: Teilkreisdurchmesser und Teilung bei Zahnradern



2. Umrechnung: $1 \text{ Zoll} = 1'' = 25,4 \text{ mm}$

Lösung 1:

a) Da die Kraft von der Kette und der Durchmesser des hinteren Zahnrades bei beiden Fahrrädern gleich sind, kommt das gleiche Drehmoment auf das Hinterrad. Bei größerem Raddurchmesser wird die übertragene Kraft kleiner.

Das 26 Zoll-Hinterrad bringt also mehr Kraft auf die Erde.

b)

$$d_2 = z_2 \cdot p / \pi = 28 \cdot 12,7 / \pi = 113,19 \text{ mm}$$

$$d_{3,26''} = 26'' \cdot 25,4 \text{ mm} / '' = 26 \cdot 12,7 / \pi = 660,40 \text{ mm}$$

$$d_{3,29''} = 29'' \cdot 25,4 \text{ mm} / '' = 29 \cdot 12,7 / \pi = 736,60 \text{ mm}$$

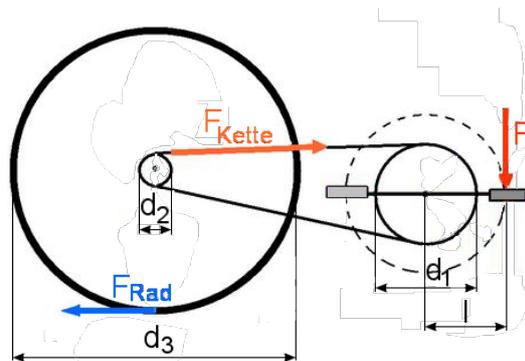
$$\begin{aligned} M_{\text{Rad}} &= F_{\text{Kette}} \cdot d_2 / 2 = 259,74 \text{ N} \cdot 113,19 \text{ mm} / 2 \\ &= 147000 \text{ Nmm} \\ &= 14,70 \text{ Nm} \end{aligned}$$

$$F_{\text{Rad},26''} = M_{\text{Rad}} \cdot 2 / d_{3,26''} = 14,70 \text{ Nm} \cdot 2 / (660,40 \text{ mm} \cdot 10^{-3} \text{ (m/mm)})$$

$$F_{\text{Rad},26''} = 44,52 \text{ N}$$

$$F_{\text{Rad},29''} = M_{\text{Rad}} \cdot 2 / d_{3,29''} = 14,70 \text{ Nm} \cdot 2 / (736,60 \text{ mm} \cdot 10^{-3} \text{ (m/mm)})$$

$$F_{\text{Rad},29''} = 39,91 \text{ N}$$



Aufgabe 2:



Mountainbike: 26 Zoll oder 29 Zoll?

Das alte 26 Zoll-Rad hat andere Zahnräder als das neue 29 Zoll-Rad.

Bei welchem Fahrrad bringt man bei leichtester Übersetzung mehr Kraft mit dem Hinterrad auf die Erde?

Annahmen: Kraft auf das Pedal: $F = 70 \text{ N}$

Horizontale Kurbelwelle der Länge: $l = 18 \text{ cm}$

Kettenblatt 26''-Rad (Zahnrad am Tretlager): $z_{1,26''} = 24$

Kettenblatt 26''-Rad (Zahnrad am Tretlager): $z_{1,29''} = 26$

Ritzel (Zahnrad hinten): $z_{2,26''} = 28$

Ritzel (Zahnrad hinten): $z_{2,29''} = 40$

Lösung 2:

$$d_{1,26''} = z_{1,26''} \cdot p / \pi = 24 \cdot 12,7 \text{ mm} / \pi = 97,02 \text{ mm}$$

$$d_{1,29''} = z_{1,29''} \cdot p / \pi = 26 \cdot 12,7 \text{ mm} / \pi = 105,11 \text{ mm}$$

$$d_{2,26''} = z_{2,26''} \cdot p / \pi = 28 \cdot 12,7 \text{ mm} / \pi = 113,19 \text{ mm}$$

$$d_{2,29''} = z_{2,29''} \cdot p / \pi = 40 \cdot 12,7 \text{ mm} / \pi = 161,70 \text{ mm}$$

$$d_{3,26''} = 26'' \cdot 25,4 \text{ mm} / '' = 26 \cdot 12,7 / \pi = 660,40 \text{ mm}$$

$$d_{3,29''} = 29'' \cdot 25,4 \text{ mm} / '' = 29 \cdot 12,7 / \pi = 736,60 \text{ mm}$$

$$M_{\text{Tretlager},26''} = F \cdot l = 70 \text{ N} \cdot 70 \text{ cm} / (2 \cdot 100 \text{ (cm/m)}) \\ = 12,60 \text{ Nm}$$

$$M_{\text{Tretlager},29''} = 12,60 \text{ Nm}$$

$$F_{\text{Kette},26''} = M_{\text{Tretlager},26''} \cdot 2 / d_{2,26''} = 12,6 \text{ Nm} \cdot 2 / (113,19 \text{ mm} \cdot 10^{-3} \text{ (m/mm)}) \\ = 259,74 \text{ N}$$

$$F_{\text{Kette},29''} = M_{\text{Tretlager},29''} \cdot 2 / d_{2,29''} = 12,6 \text{ Nm} \cdot 2 / (161,70 \text{ mm} \cdot 10^{-3} \text{ (m/mm)}) \\ = 239,76 \text{ N}$$

$$M_{\text{Rad},26''} = F_{\text{Kette},26''} \cdot d_{2,26''} / 2 = 259,74 \text{ N} \cdot 113,19 \text{ mm} / 2 \\ = 14,70 \text{ Nm}$$

$$M_{\text{Rad},29''} = F_{\text{Kette},29''} \cdot d_{2,29''} / 2 = 239,76 \text{ N} \cdot 161,70 \text{ mm} / 2 \\ = 19,38 \text{ Nm}$$

$$F_{\text{Rad},26''} = M_{\text{Rad},26''} \cdot 2 / d_{3,26''} = 19,38 \text{ Nm} \cdot 2 / (660,40 \text{ mm} \cdot 10^{-3} \text{ (m/mm)})$$

$$\underline{F_{\text{Rad},26''} = 44,52 \text{ N}}$$

$$F_{\text{Rad},29''} = M_{\text{Rad},29''} \cdot 2 / d_{3,29''} = 16,96 \text{ Nm} \cdot 2 / (736,60 \text{ mm} \cdot 10^{-3} \text{ (m/mm)})$$

$$\underline{F_{\text{Rad},29''} = 52,63 \text{ N}}$$

Aufgabe 3:**Mountainbike: 26 Zoll oder 29 Zoll?**

Wie viele Zähne müsste das Ritzel am 29 Zoll-Rad haben, damit die gleiche Kraft vom Hinterrad auf die Erde übertragen wird wie beim 26 Zoll-Rad?

Annahmen wie bei Aufgabe 2: $F = 70 \text{ N}$; $l = 18 \text{ cm}$
 $z_{1,26''} = 24$; $z_{1,29''} = 26$; $z_{2,26''} = 28$

Lösung 3:

$$M_{\text{Rad},29''} = F_{\text{Rad},26''} \cdot d_{3,29''} / 2 = F_{\text{Rad},26''} \cdot d_{3,29''} / 2 = 44,52 \text{ N} \cdot 736,60 \text{ mm} \cdot 10^{-3} \text{ (m/mm)} / 2 \\ = 16,40 \text{ Nm}$$

$$d_{2,29''} = 2 \cdot M_{\text{Rad},29''} / F_{\text{Kette},29''} = 2 \cdot 16,40 \text{ Nm} / 239,76 \text{ N} = 136,80 \cdot 10^{-3} \text{ m} \\ = 136,80 \text{ mm}$$

$$z_{2,29''} = d_{2,29''} \cdot \pi / p = 136,80 \text{ mm} \cdot \pi / 12,7 \text{ mm}$$

$$\underline{z_{2,29''} = 33,84}$$

Das hintere Ritzel müsste also ca. 34 Zähne haben.



Aufgabe 4:**Drehmomente am Rennrad**

Die Kurbelwelle eines Rennrades ist 175 mm lang. Ein Fahrradfahrer drückt mit 230 N in Pedal.

- a) Welches Drehmoment produziert der Fahrer bei vertikaler Kurbelwelle und einem Neigungswinkel des Pedals von 15° (gegenüber der Horizontalen)? (Abb.1)



Abb.1

- b) Welches Drehmoment produziert der Fahrer bei einem Neigungswinkel der Kurbelwelle von 20° (gegenüber der Vertikalen) und einem Neigungswinkel des Pedals von 10° (gegenüber der Horizontalen)? (Abb. 2)



Abb.2

- c) Der Fahrer zieht mit einem Drehmoment von 5,5 Nm bei horizontaler Kurbel- und Pedalstellung. Mit welcher Kraft zieht der Fahrer? (Abb.3)

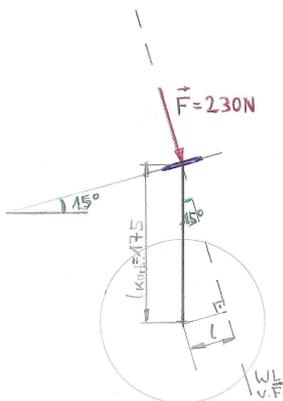


Abb.3

- d) Welches maximale Drehmoment kann der Fahrer (Kraft 230 N) drücken? Welche Stellung haben dann Kurbelwelle und Pedal?

Lösung 4:

a)

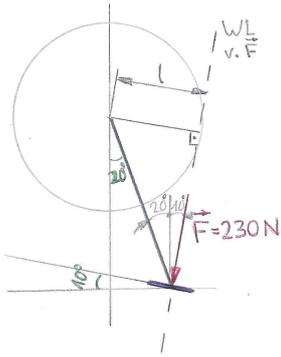


$$l = l_{\text{Kurbel}} \cdot \sin 15^\circ$$

$$M = F \cdot l = F \cdot l_{\text{Kurbel}} \cdot \sin 15^\circ = 230 \text{ N} \cdot 175 \text{ mm} \cdot \sin 15^\circ = 10417,47 \text{ Nmm}$$

$$\underline{M = 10,42 \text{ Nm}}$$

b)



$$l = l_{\text{Kurbel}} \cdot \sin(20+10)^\circ$$

$$M = F \cdot l_{\text{Kurbel}} \cdot \sin(20+10)^\circ = 17250,00 \text{ Nmm}$$

$$\underline{M = 17,25 \text{ Nm}}$$

$$\text{c) } F = M / l_{\text{Kurbel}} = 5,5 \text{ N} / [175 \text{ mm} \cdot 10^{-3} \text{ (m/mm)}]$$

$$\underline{F = 31,43 \text{ N}}$$

d) Kurbelwelle und Pedal horizontal:

$$M = F \cdot l_{\text{Kurbel}} = 230 \text{ N} \cdot 175 \text{ mm} = 17250 \text{ Nmm}$$

$$\underline{M = 17,25 \text{ Nm}}$$